

# CRÓNICA

JORGE BUESCU Professor na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

## MATEMÁTICA

### Arma de construção maciça

Todos temos a ideia da Matemática como uma actividade essencialmente solitária. Com meios técnicos bastante mais avançados do que Arquimedes, é certo, o processo de descoberta matemática não parece ter mudado muito desde o seu tempo: um matemático pensa num problema que lhe interessa, reflecte sobre ele, por vezes durante meses ou anos, por vezes em colaboração com outras mentes com os mesmos interesses, e, se tudo correr bem – o que acontece, diga-se, muito raramente – demonstra um resultado matematicamente interessante e relevante.

Quando isso sucede, os matemáticos envolvidos – geralmente nunca mais de três, no máximo quatro – escrevem um artigo científico de acordo com as normas de comunicação em Ciência: todo o raciocínio é depurado, os becos infrutíferos são expurgados e apresentam-se, de forma objectiva e seca, os resultados. O artigo é submetido para publicação numa revista da especialidade e segue o seu processo normal. E aí começa a saga do *refereeing*... mas isso é outra história. O processo de descoberta matemática terminou. Fim da história.

Fim da história? Não! Como pode a história ter um fim a meio de uma revolução?

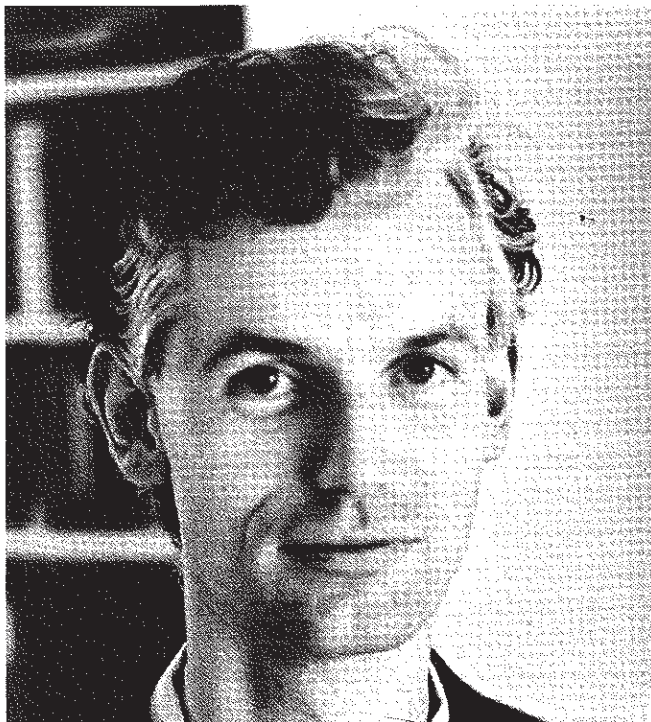


Figura 1 – Timothy Gowers, o matemático revolucionário

Porque é de uma revolução que se trata. Esta teve início em 2009, na pessoa do excepcional matemático inglês da Universidade de Cambridge, Timothy Gowers (Figura 1), medalha Fields em 2008 e autor de várias obras científicas e de divulgação, entre as quais o brilhante *Matemática: uma breve introdução*, publicado entre nós pela Gradiva.

Em 2009, Gowers utilizou o seu blog – <http://gowers.wordpress.com> – para anunciar uma experiência única: o Projecto Polymath. Este projecto tinha o objectivo científico usual: atacar um problema em aberto na Matemática. Mas tinha também o objectivo mais ambicioso de conceber uma forma inovadora de realizar investigação em Matemática. Inspirado nas ideias de iniciativas *open-source*, como o Linux ou a Wikipedia, e tendo em conta a natureza aberta das ideias matemáticas, Gowers construiu dois blogs e uma wiki para encorajar a colaboração, sem fronteiras físicas nem mentais, num problema de Matemática.

O problema proposto inicialmente por Gowers é conhecido na literatura como o Teorema da Densidade de Hales-Jewitt (daqui em diante designado por DHJ). Embora já demonstrado, e sendo por isso um teorema, este resultado é relativamente simples de enunciar, mas tem uma demonstração estratosféricamente complexa. É um dos poucos resultados de combinatória com grande impacto noutros ramos da Matemática sem demonstração “elementar”, isto é, que não saia da combinatória. Gowers, tal como outros matemáticos, estava verdadeiramente incomodado com esta questão.

Pode mostrar-se que o teorema DHJ é equivalente à seguinte pergunta, fácil de entender: quantos quadrados de um tabuleiro de Jogo do Galo, de ordem  $n \times n$ , mergulhado numa dimensão espacial arbitrária  $m$ , têm de ser removidos de forma a assegurar que nenhum dos jogadores pode ganhar, qualquer que seja a estratégia seguida? No Jogo do Galo usual, em duas dimensões, com um tabuleiro  $3 \times 3$ , a resposta é 3: basta remover uma diagonal para tornar impossível a vitória de qualquer dos adversários, como o leitor não terá dificuldade em verificar (nunca há 3 casas na horizontal ou vertical). Mas qual será a resposta no caso geral, em que tanto a dimensão do tabuleiro, como a dimensão do “espaço”, são arbitrárias? Veja-se a Figura 2, com um tabuleiro  $4 \times 4$  em dimensão 3.

O leitor é cordialmente convidado a tentar resolver “à mão” o problema da figura, ou seja o caso  $n=4$ ,  $m=3$ . Um aviso: não é simples.

O problema proposto por Gowers tem potencialmente grande impacto, quer em Matemática, quer em Ciências da Computação. Quem souber um pouco de Combinatória reconhece imediatamente que este problema tem de estar relacionado com a chamada Teoria de Ramsey, o ramo mais difícil, mas com maior impacto, da Combinatória actual, e da chamada “teoria combinatória aditiva”. O teorema DHJ tem também grande impacto nas Ciências da Computação, pois é equivalente ao chamado “problema da repetição paralela”. E, como em tudo na Matemática, se o resultado é importante, a demonstração não é menos: possuir duas demonstrações com técnicas diferentes pode levar ao desenvolvimento de ferramentas novas nas áreas em que tem impacto.

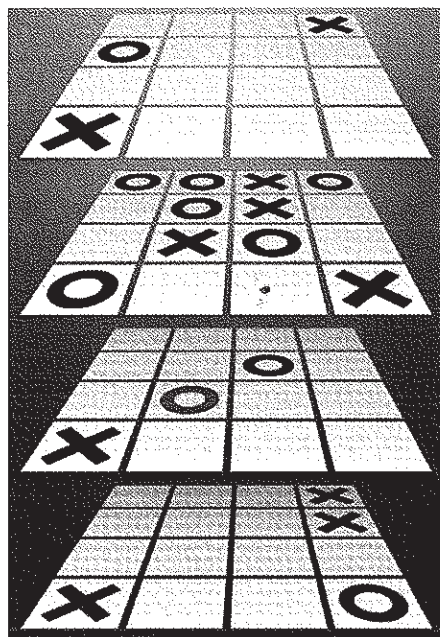


Figura 2 – Jogo do Galo num tabuleiro 4×4 em dimensão espacial 3

Gowers tinha algumas ideias sobre como se poderia atingir uma demonstração puramente combinatória de DHJ. Foi assim que, a 27 de Janeiro de 2009, decidiu partilhá-las com os matemáticos espalhados pelo mundo, publicando as suas ideias embrionárias no seu blog e desafiando a comunidade matemática a contribuir com ideias sobre as suas ideias, desafiando-a a iniciar uma experiência que designou de “colaboração matemática maciça”.

Todos os matemáticos, dentro de regras mínimas, eram convidados a participar activamente. “Os comentários”, dizia Gowers, “devem ser curtos, exprimindo uma única ideia ou apenas o germe de uma ideia; na verdade, essas ideias incompletas são particularmente bem-vindas. Os comentários devem ser o mais claros possível. O trabalho técnico deve ser atrasado o mais possível. Como regra prática, recomendo que seja evitado o tipo de comentário que exija pensar com um papel ao lado”.

Assim, Gowers inaugurava uma forma radicalmente nova de fazer Matemática: em vez de estudar artigos já depurados das ideias parciais e becos sem saída encontrados ao longo da sua construção, ele encorajou a publicação e partilha de ideias preliminares e contribuições individuais simples. Em vez de ver no seu blog um edifício construído, via-se uma fiada de tijolos e o convite para irem sendo colocados mais tijolos, cimento e vigas.

Assim nasceu o Projecto Polymath. A discussão começou devagar: passaram mais de sete horas até à primeira contribuição, de Jozsef Solymosi, um matemático da University of British Columbia em Vancouver. Um quarto de hora depois veio o segundo comentário, da autoria de Jason Dyer, um professor do ensino secundário no Arizona. Três minutos depois foi a vez de Terence Tao (medalha Fields em 2006 e um dos maiores matemáticos da actualidade; veja-se *O fim do Mundo está próximo?*, do autor destas linhas, cap. 14).

A partir daí o crescimento foi explosivo: em pouco mais de um mês, pessoas de todo o mundo contribuíram com mais de 800 comentá-

rios. O Projecto Polymath tinha ganho asas. Nas palavras de Gowers, “era extremamente agradável, mas também viciante. Tinha a sensação de ser um espectador de bancada. Mesmo antes de ir para a cama, podia ter algumas ideias e colocava-as no blog com algumas perguntas, e quando me levantava via que alguém nos Estados Unidos da América lhes tinha respondido”.

O progresso no problema foi muito mais rápido do que alguém podia ter imaginado. A 10 de Março, em seis semanas apenas (!), Gowers anunciou estar confiante de que o Projecto Polymath tinha construído uma demonstração elementar de um caso particular do teorema DHJ. Mais do que isso: a demonstração construída continha as sementes que permitiriam demonstrar o teorema em toda a sua generalidade.

Esta ideia veio a tornar-se uma realidade, e deu origem a um arttgo científico já aceite para publicação, *Density Hales-Jewett and Moser numbers*. Colocando-se a delicada questão da autoria, o artigo é assinado sob o pseudónimo colectivo “DHJ Polymath” – que é exactamente a sua origem. E já há novos problemas na calha no Projecto Polymath.

A forma de fazer Matemática no Projecto Polymath é profundamente revolucionária. Pela primeira vez estão públicos todos os registos de avanços e recuos, becos sem saída e ideias inovadoras presentes no processo de investigação científica. Eles mostram de forma viva como é que as ideias crescem, se alteram, são melhoradas ou abandonadas, e como os avanços no conhecimento não se dão num grande salto em frente, ao contrário da convicção geral dos não-cientistas, mas sim por agregação e refinamento de muitas pequenas contribuições em direcções diferentes. Todo este material está aberto para consulta. Como dizem Gowers e Michael Nielsen, seu colaborador, “quem poderia imaginar que o registo de trabalho de um projecto matemático fosse tão interessante de ler como um *thriller*?”

Qual o futuro desta revolução? Como o de qualquer outra, ninguém pode saber. O Projecto Polymath já está a atacar novos problemas, e Gowers e Nielsen sugerem mesmo a possibilidade de atacarem os Problemas do Milénio, propostos pelo Clay Mathematics Institute, e cuja solução é premiada com um milhão de dólares (não é claro como esse dinheiro poderia ser repartido pelos participantes no Projecto Polymath, o que poderia ser um quebra-cabeças maior do que o Jogo do Galo em dimensões  $n$  e  $m$ ). Fora da Matemática, Gowers e Nielsen sugerem a possibilidade de aplicações em Biologia Sintética, Física teórica e Ciências da Computação.

Eis aqui um novo e improvável papel para a Matemática: o de arma de construção maciça. ■