

O GRUPO DOS 8 E O SURFISTA PRATEADO

*Como uma esotérica descoberta matemática
pode descrever o Universo!*

Em 2007, uma notícia abanou o mundo matemático. Um grupo de matemáticos conseguiu caracterizar o funcionamento interno de uma das estruturas matemáticas mais complexas alguma vez estudadas, o grupo de Lie excepcional E_8 . O assunto teve grande repercussão mediática e imagens, como a reproduzida na Figura 1, começaram a percorrer o Mundo. O próprio autor destas linhas foi entrevistado por um jornal português. É improvável que a jornalista tenha, por telefone, ficado esclarecida sobre o que são grupos de Lie, a sua importância, a excepcionalidade do grupo E_8 e a importância de tudo isto para a vida, o Universo e tudo o resto, pois a notícia nunca chegou a ser publicada.

Mas, afinal, o que aconteceu em 2007? Um conjunto internacional de matemáticos, do American Institute of Mathematics, colaborava desde 2004 no estudo e caracterização do grupo E_8 . Está obviamente fora do alcance desta publicação explicar o que é o grupo E_8 ou mesmo o que

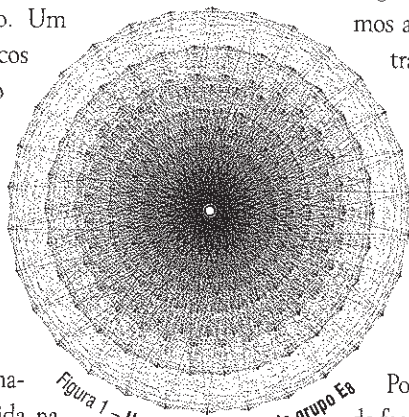
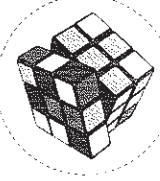


Figura 1 – Uma representação do grupo E_8

são, em geral, grupos de Lie. Fiquemos apenas com a noção abstracta de que um grupo, no sentido matemático, é um conjunto de operações abstractas que podem ser concatenados, levando o espaço a assumir uma nova configuração.

Por exemplo, as rotações de faces do cubo de Rubik formam um grupo: cada rotação transforma o cubo em si próprio, e rotações diferentes podem ser concatenadas – isto é, realizadas em simultâneo. Da mesma forma, as rotações de um objecto rígido no espaço físico formam um grupo: se eu pegar num corpo rígido, como o apagador de quadro ali à minha frente, e realizar duas rotações quaisquer em torno de quaisquer dois eixos arbitrários, o resultado final (posição do apagador) pode ser descrito como tendo sido realizada uma única rotação em torno de um único eixo. Este facto não é fácil de demonstrar e foi feito pela primeira vez por Euler, no século XVIII.



Diz-se assim que as rotações de um corpo rígido formam um grupo, chamado $SO(3)$ ("S" de *Special*, "O" de *Orthogonal*, e 3 por ter lugar em R^3). Mais ainda, esse grupo tem 3 "geradores": qualquer rotação pode ser gerada à custa de 3 rotações apenas, por exemplo em torno de eixos perpendiculares.

Contudo, há que realizar uma distinção crucial entre um grupo e aquilo que os matemáticos designam como *a sua representação*. De facto, o grupo $SO(3)$ é um conjunto abstracto de elementos que se combinam mediante determinadas leis – em teoria de grupos, dá-se a esta lei de concatenação o nome de *produto*. Outra coisa bem distinta é a realização, num caso concreto, dos elementos de um grupo e da operação que representa o seu produto. Para voltar ao caso concreto anteriormente discutido, dizer que o grupo das rotações de um corpo rígido é $SO(3)$ não é dizer que o grupo $SO(3)$ é o grupo cujos elementos são matrizes de rotação em R^3 sendo a operação de concatenação o produto matricial. Pelo contrário: o grupo é a entidade abstracta; o que se verifica é que as rotações são uma representação concreta desse grupo. Mas os grupos podem ser (e são) estudados abstractamente, independentemente de qualquer representação.



Talvez um pouco inesperadamente, um grupo está intimamente associado às simetrias de um objecto. Na realidade, a própria noção de grupo foi introduzida no século XIX para descrever as simetrias das permutações das raízes de equações algébricas (e assim provar, por exemplo, que a equação geral de 5.º grau não é solúvel por radicais). Quanto maior a simetria de um objecto, maior o seu grupo de simetria. Por exemplo, uma esfera tem por grupo de simetria todo o $SO(3)$, já que qualquer rotação transforma a esfera na esfera. Já o cubo, por exemplo, tem um grupo de simetria bem menor (discreto).

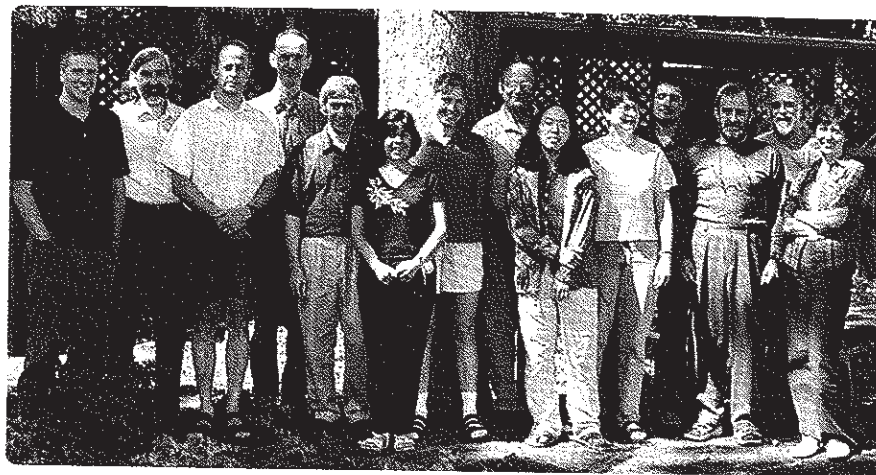


Figura 2 – O grupo do Atlas em sessão de trabalho em Palo Alto

Um grupo de Lie é um grupo com uma estrutura suplementar, que para esta história não é muito relevante. Ora, quando se introduz um conceito novo em Matemática, aquilo que ocorre imediatamente aos matemáticos é classificá-lo. Quantos objectos diferentes deste tipo, e quais, existem? Foi

este o problema central da teoria de grupos de Lie desde a sua introdução no século XIX pelo matemático norueguês **Marius Sophus Lie**.



Os grupos de Lie surgem agrupados em famílias. Os grupos clássicos, designados por $A_1, A_2, A_3, \dots, B_1, B_2, B_3, \dots, C_1, C_2, C_3, \dots, D_1, D_2, D_3, \dots$, surgem de uma forma natural, com uma complexidade crescente mas previsível. No entanto, subitamente, surgem cinco objectos matematicamente muito estranhos e surpreendentes, os chamados *grupos de Lie excepcionais*: G_2, F_4, E_6, E_7 e, acima de todos, como se fosse o Everest da complexidade, o grupo de Lie E_8 . Este é sem dúvida um recordista dos grupos de Lie: corresponde às simetrias de um objecto em dimensão 57, sendo o grupo E_8 , em si, um objecto de dimensão 248!

Para estudar estes objectos exóticos e selvagens existe há anos um projecto de colaboração internacional, o Atlas de Grupos de Lie e suas Representações (www.liegroups.org). O objectivo é reunir e classificar, com ajuda de software e de colaborações transnacionais, todos os grupos de Lie e suas representações, o que constitui um dos grandes problemas matemáticos em aberto legado pelo século XX. O grupo do Atlas consiste em cerca de duas dezenas de matemá-

ticos dos Estados Unidos da América e da Europa. O núcleo é formado pelos matemáticos Jeffrey Adams (Universidade de Maryland), Dan Barbasch (Cornell), John Stembridge (Michigan), Peter Trapa (Utah), Marc van Leeuwen (Poitiers), David Vogan (MIT), e, até à sua morte em 2006, Fokko du Cloux (Lyon) (a Figura 2 apresenta o grupo do Atlas em 2004).

O resultado da equipa do Atlas, em 2007, foi finalmente conseguir determinar em detalhe a estrutura matemática de E_8 , o mais complexo dos grupos de Lie excepcionais. O trabalho durou cerca de quatro anos, exigiu meios computacionais difíceis de imaginar (como por exemplo trabalhar com matrizes quadradas de ordem superior a um milhão de milhões) e é por vezes comparado ao Genoma Humano: o Projecto do Genoma Humano implicava descodificar cerca de 1 GB de informação. No caso de E_8 , era necessário descodificar 60 vezes mais.

Mas está feito, e os matemáticos envolvidos não podiam estar mais felizes. Nas palavras do líder de projecto, Jeffrey Adams, em 2007, “trata-se de investigação pura que terá certamente diversas implicações, muitas das quais ainda não compreendemos. Tal como o genoma humano não nos dá instantaneamente um medicamento milagroso, os nossos resultados são uma ferramenta básica que poderá fazer avançar a investigação noutras áreas”.

Mal poderia imaginar Adams o que estava para acontecer. Meses depois, um surfista do Hawaii, Garrett Lisi (Figura 3), utilizou E_8 para realizar uma revolução na Física Teó-

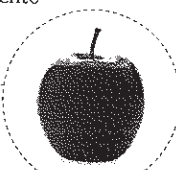


Figura 3 – Garrett Lisi

rica, que ainda hoje não sabemos se mudou ou não a face dessa ciência.

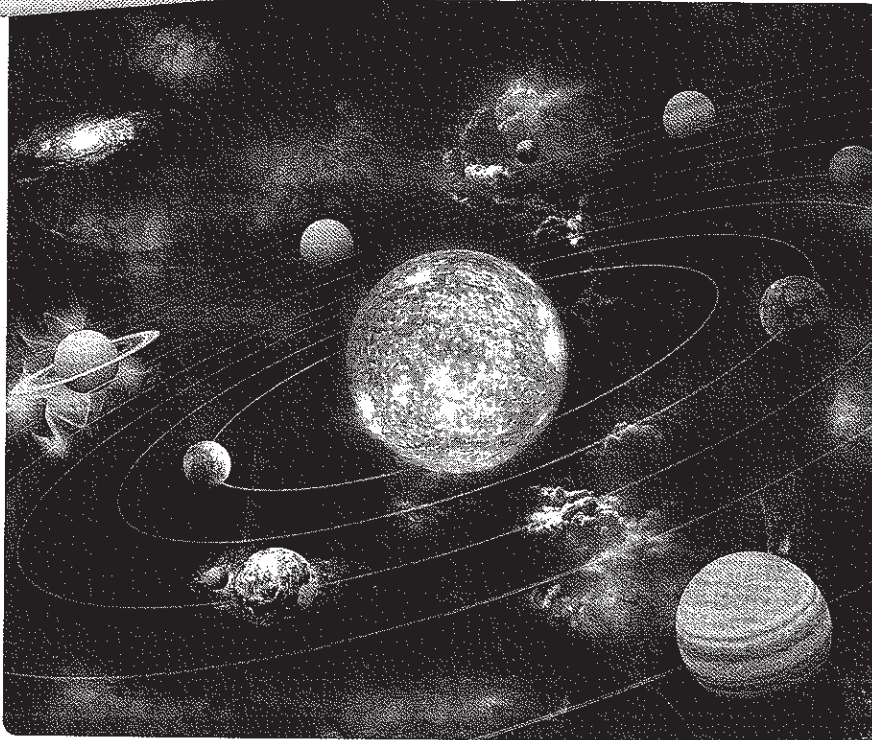


A história da Física Moderna é, de certa forma, a procura da unificação teórica entre conceitos aparentemente distintos. Desde que **Newton** mostrou, em 1687, que o movimento planetário em torno do Sol e a **queda dos graves** são manifestações diferentes do mesmo fenómeno básico, tem sido esse o processo. O electromagnetismo, formulado por



Maxwell no século XIX, unificou de forma análoga a electricidade e o magnetismo. Na segunda metade do século XX, assistimos a um esforço enorme de unificação das quatro forças básicas que, tanto quanto sabemos, regem as interações físicas no Universo: a gravitação, a força electromagnética, a força fraca (responsável, por exemplo, pelo decaimento radioactivo dos elementos) e a força forte (responsável pela estabilidade dos núcleos atómicos).

O sucesso foi, para ser brando, não mais do que razoável. Dispomos hoje de uma teoria



peças do puzzle encaixam e ficamos de posse de uma Teoria de Tudo!

Os resultados de Lisi são absolutamente extraordinários, sobretudo pela elegância e naturalidade com que tudo o que hoje se sabe encaixa. O físico **David Finkelstein**, por exemplo, diz que "muitas coisas incrivelmente belas saem da teoria de Lisi. Isto não pode ser coincidência; ele tem de estar a tocar em coisas muito profundas".



O trabalho de Lisi já começou a ser comparado ao de Albert Einstein. Também Einstein, há um século, começou a sua grande aventura na Física Teórica fora da comunidade científica, como mero empregado de um escritório de patentes em Berna, onde escreveu o artigo sobre a teoria da relatividade. Poderá Lisi ser o Einstein do século XXI?

Ninguém sabe. O seu trabalho, que continua sob intenso escrutínio pela comunidade científica, é cientificamente muito válido e foi o artigo de Física mais citado de 2007. Apesar do seu estilo de vida bizarro, Lisi não é um excêntrico, mas um cientista muito válido.

Deu uma Ted Talk em 2008, disponível em www.ted.com/talks/garrett_lisi_on_his_theory_of_everything.html, e escreveu um artigo brilhante em Dezembro de 2010 para a Scientific American, *A Geometric Theory of Everything*, onde explica a sua Teoria de Tudo sem equações.

Algo de extraordinário no trabalho de Lisi é que, ou está totalmente certo e E8 é o grupo fundamental para descrever a Física Teórica e temos uma Teoria de Tudo... ou não é, e o seu trabalho está totalmente errado. A sua teoria é, contudo, comprovável: prevê a existência de mais 20 partículas elementares (correspondentes aos geradores "ainda por preencher W" de E8). Se essas partículas não existirem, será apenas mais uma boa ideia falhada. Se existirem, Lisi será o Einstein do século XXI.

No caso de Lisi estar certo, será sem dúvida galardoado com o Nobel da Física. Uma música particularmente adequada para a ocasião de entrega do prémio seria, provavelmente, *Einstein on the beach*. ■

→ muito bem sucedida que unifica o electromagnetismo com a força fraca (a interacção *electrofraca*) e que, com um pouco de boa vontade, talvez possa vir a abarcar a força forte. A gravitação, essa, tem desde **Einstein** fintado os físicos nos seus esforços de unificação e fica de lado.



Esta unificação é feita à custa de uma verdadeira selva de partículas elementares, desde as que constituem a matéria, às que medeiam as interacções, cuja estrutura os físicos bem tentam compreender mas, em boa verdade, não conseguem. O chamado *Modelo Standard* da Física de Partículas, sendo descritivo, levanta mais perguntas do que aquelas que responde. Porque é que as cargas de electrões e prótons são exactamente simétricas? Porque é que as partículas têm as massas que têm? Porque existem (se é que existem!) os bosões de Higgs? Como se pode incluir a gravitação neste Modelo? Porque é que há três gerações de fermiões? O que são a matéria e a energia escuras?

A procura de uma teoria que explique e unifique todas as quatro interacções e dê resposta a estas perguntas tem sido o grande objectivo dos físicos teóricos há 30 anos: a procura de uma Teoria de Tudo (em inglês, *TOE - Theory of Everything*). Desde os anos 80, a grande esperança dos físicos residia na

teoria de cordas e supercordas: as partículas elementares seriam como minúsculos cordões em 11 ou 26 dimensões, estando todas, excepto três – as do espaço físico – enroladas sobre si próprias. Mas, depois de um quarto de século, as promessas iniciais da teoria de cordas nunca se concretizaram.

E é aqui que entra um personagem bizarro, o surfista americano **Garrett Lisi**. Lisi é doutorado em Física. Em 2007 não tinha nenhuma filiação universitária e dividia o seu tempo, aos 39 anos, entre fazer *surf* nas praias do Hawaii, onde passa a maior parte do ano, e as montanhas do Nevada, onde no Inverno faz *snowboard*. É a Física Teórica, em que sempre continuou a trabalhar.



Em Novembro de 2007, Lisi publicou no **ArXiv** (o maior repositório de artigos científicos científicos nas áreas da Física e da Matemática) um artigo que caiu como uma verdadeira bomba: *An exceptionally simple Theory of Everything*. Nesse artigo, Lisi mostra como todo o edifício da Física Teórica e do Modelo Standard encaixa quase magicamente se, em vez dos grupos que mais ou menos arbitrariamente se utilizam para descrever cada uma das interacções, utilizar o recém-descrito E8 para descrever *tudo ao mesmo tempo*. Quase por magia, todas as

